$P \in \mathbb{C}[X]$ sans terme constant, $\neq 0$
de degré n

$\exp P(X^{-1})$

$\mathbb{C}-\{0\}$ — $(\mathcal{O}, \nabla)$, $\nabla f = df + f \cdot d\,P(X^{-1})$

H_{DR} : $\mathcal{O} \xrightarrow{\nabla} \Omega^1$, $\{\exp(P(X^{-1}))\,X^i\,dX \mid A \leq i < A+n\}$ où on a fixé A tel que $A+n \geq 0$

H_B : $V = \mathcal{O}^\nabla$, $\tilde{V}$ sur $\tilde{\mathbb{C}}$ prolongement à $\tilde{\mathbb{C}}$ tenant compte des structures de Stokes

$\tilde{V} \hookrightarrow j_*V$, $j : \mathbb{C}-\{0\} \hookrightarrow \tilde{\mathbb{C}}$

$\hat{V}$ = {sections horizontales dans les secteurs à croissance modérée}

$$\tilde{V} = \begin{cases} 0 & \text{sur } S^- \\ j_*V & \text{sur } S - S^- \end{cases}$$
(S^- où $\exp(P(X^{-1}))$ décroît)

($S^+, S^- \subset S$ fermés)

$H^1_B = H^1(\tilde{\mathbb{C}}, \tilde{V})$, de dual $H^1_c(\tilde{\mathbb{C}}, \tilde{V}^*)$ ou H_{1B}

$H_{1B} = H_1(\tilde{\mathbb{C}} \bmod S^-)$ (ici V est constant de valeur $\mathbb{C}$)
structure entière

$$\boxed{H^1_B \otimes \mathbb{C} \simeq H^1_{DR} \otimes \mathbb{C}}$$

Γ_j base entière de H_{1B}

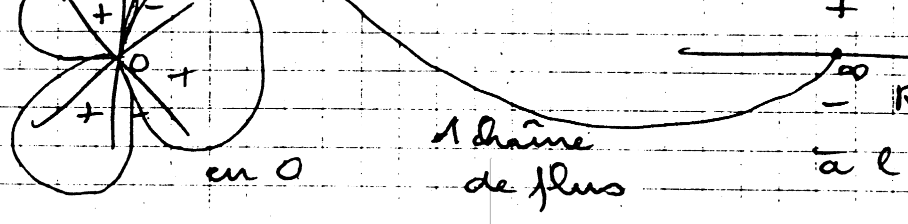
Périodes On veut calculer

$$\det\left(\int_{\Gamma_j} \exp(P(X^{-1}))\,X^i\,dX\right) = D$$

Fourier $\exp(P(X^{-1}))\exp(XY)$

$H_{DR,Y}$ $\exp(P(X^{-1})+XY)\,X^i$, $A \leq i \leq A+n$

$H_{B,Y}$



$H_{B,Y}$ a une monodromie quand Y tourne autour de 0
(à cause du chemin supplémentaire)

On peut regarder aussi

$$\det \left(\int_{\Gamma_{j,Y}} \exp(P(X^{-1}) + XY) X^i dX \right) = D(Y)$$

Plan

1) relier $D(Y)$ et D

2) $D(Y) = S \cdot Y^N$, $N \in \mathbb{Z}$

3) $D(Y)$, $Y \to \infty$ (col) $\Rightarrow$ valeur de S

Partie 2) : Gauss-Manin + Wronskien

Principe ω_{Q_i} base de H_{DR}, par ex : $\exp(P(X^{-1}) + XY) X^i d$
$A \leq i \leq A+n$

$$\omega_Q = \exp(P(X^{-1}) + XY)\, Q(X, X^{-1})\, dX$$

Γ_Y cycle dépendant de Y mais ne bougeant pas localement

$$\partial/\partial Y \left(\int_{\Gamma_Y} \omega_Q \right) = \int_{\Gamma_Y} \partial/\partial Y\, \omega_Q = \int_{\Gamma_Y} \sum_i A^i \omega_{Q_i} + d\,\text{exacte}$$

$$= \sum A^i_Y \int_\Gamma \omega_{Q_i} \qquad A^i \text{ fonction de } Y$$

$$\partial/\partial Y \left(\int_\Gamma \omega_{Q_j} \right) = \sum A^i_j \int_\Gamma \omega_{Q_i}$$

A^i_j = fct de Y et en fait ds $\mathbb{C}[Y, Y^{-1}]$

cette équation diff ne dépend pas de Γ

(ce qu'on a déjà plus ou moins utilisé :

$$\partial/\partial Y\, \omega_Q = \sum_i A^i \omega_{Q_i} + d\,\text{exacte}$$

est un calcul alg)

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial Y} Y = A(Y)\, Y} \quad \text{équation de dim } n+1$$

Le wronskien $\Rightarrow$ équation sur det

$$\partial/\partial Y (Y_1 \wedge \cdots \wedge Y_{n+1}) = \operatorname{Tr} A(Y) \cdot (Y_1 \wedge \cdots \wedge Y_{n+1})$$

$$Q(X, X^{-1}) \longmapsto \omega_Q \longmapsto \int_\Gamma \omega_Q = F_Q(Y) \quad \left(\text{peut-être multivaluée}\right)$$

$$\partial_Y F_Q(Y) = \int_\Gamma \partial_Y \omega_Q = \int_\Gamma X \omega_Q = F_{XQ}(Y)$$

$$F_{\nabla_{\partial/\partial X} Q}(Y) = -Y F_Q(Y)$$

$A = 0$ $\quad 1, X, \ldots, X^n$ base de H_{DR}

$$\begin{cases} F = F_1(Y) \\ \partial^i F \quad 0 \leq i \leq n \end{cases} \qquad \int_\Gamma \omega_{X^i} = F_{X^i}(Y)$$

$$\nabla 1 = d(P(X^{-1})) \cdot 1 = \sum b_i X^{-i-1} dX \quad \left(dP(X^{-1}) = \sum_{i=1}^{n} b_i X^{-i-1} dX\right)$$

$$\left(X^{n+1} \nabla_{\partial/\partial X} - \sum b_i X^{n-i}\right) \cdot 1 = 0$$

donc

$$\left(\partial_Y^{n+1} \cdot (-Y) - \sum_{i=1}^{n} b_i \partial_Y^{n-i}\right) \cdot F = 0 \quad \text{via Fourier}$$

$$\left(-Y \cdot \partial_Y^{n+1} + (n+1)(-1)\partial_Y^n + \cdots \right) \cdot F = 0$$

$$\operatorname{Tr} A = -(n+1)/Y$$

d'où

$$D(Y) = S \cdot Y^{-N-1}$$

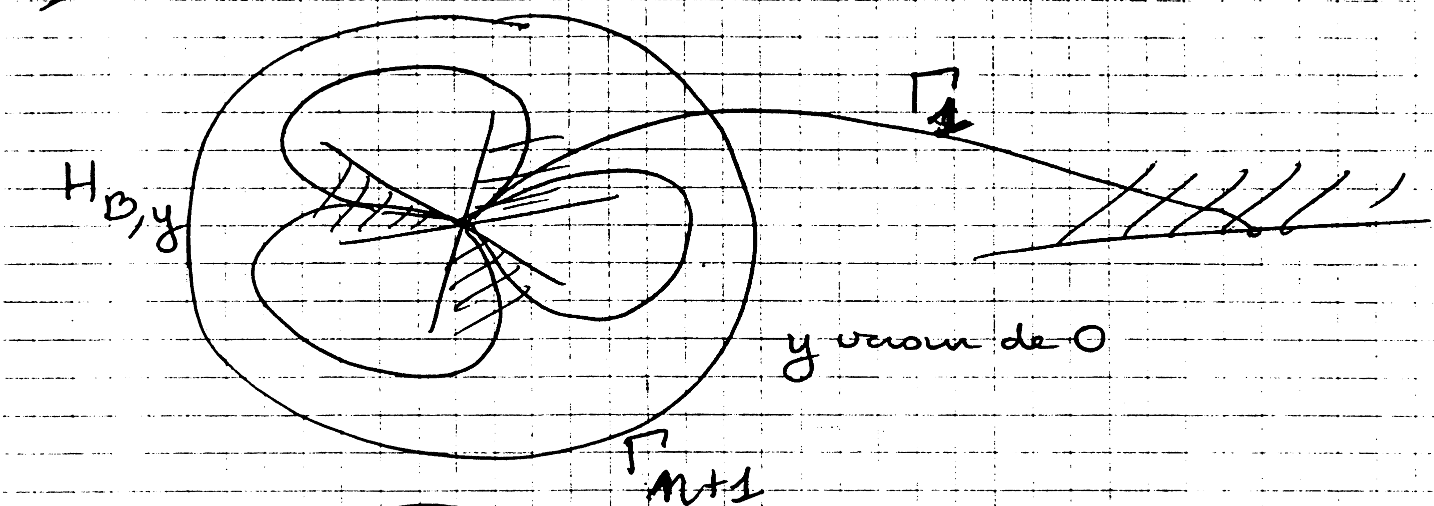
<u>Que se passe-t-il si on change de A</u>

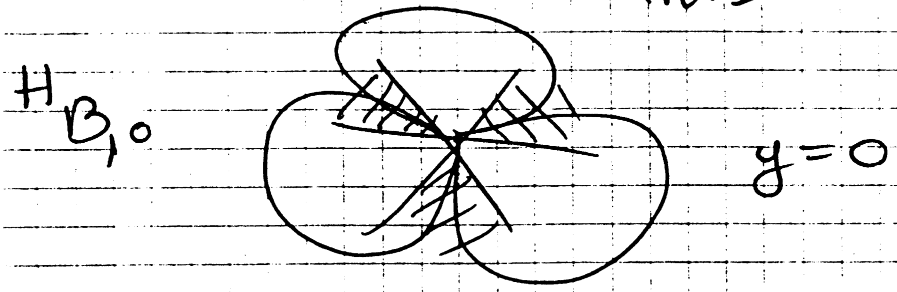
$$D_{(X^A, \ldots, X^{A+n})}(Y) = D_{(X^A, \ldots, X^{A+n} + (\nabla_{\partial/\partial X} + Y) X^{A+n} \cdot (-\frac{1}{Y}))}$$

$$= D_{\left(X^A, \ldots, X^{A+n-1}, -\frac{b_n}{Y} X^{A-1}\right)}(Y)$$

$$= (-1)^{n+1} \frac{b_n}{Y} D_{(X^{A-1}, \ldots, X^{A+n-1})}(Y)$$

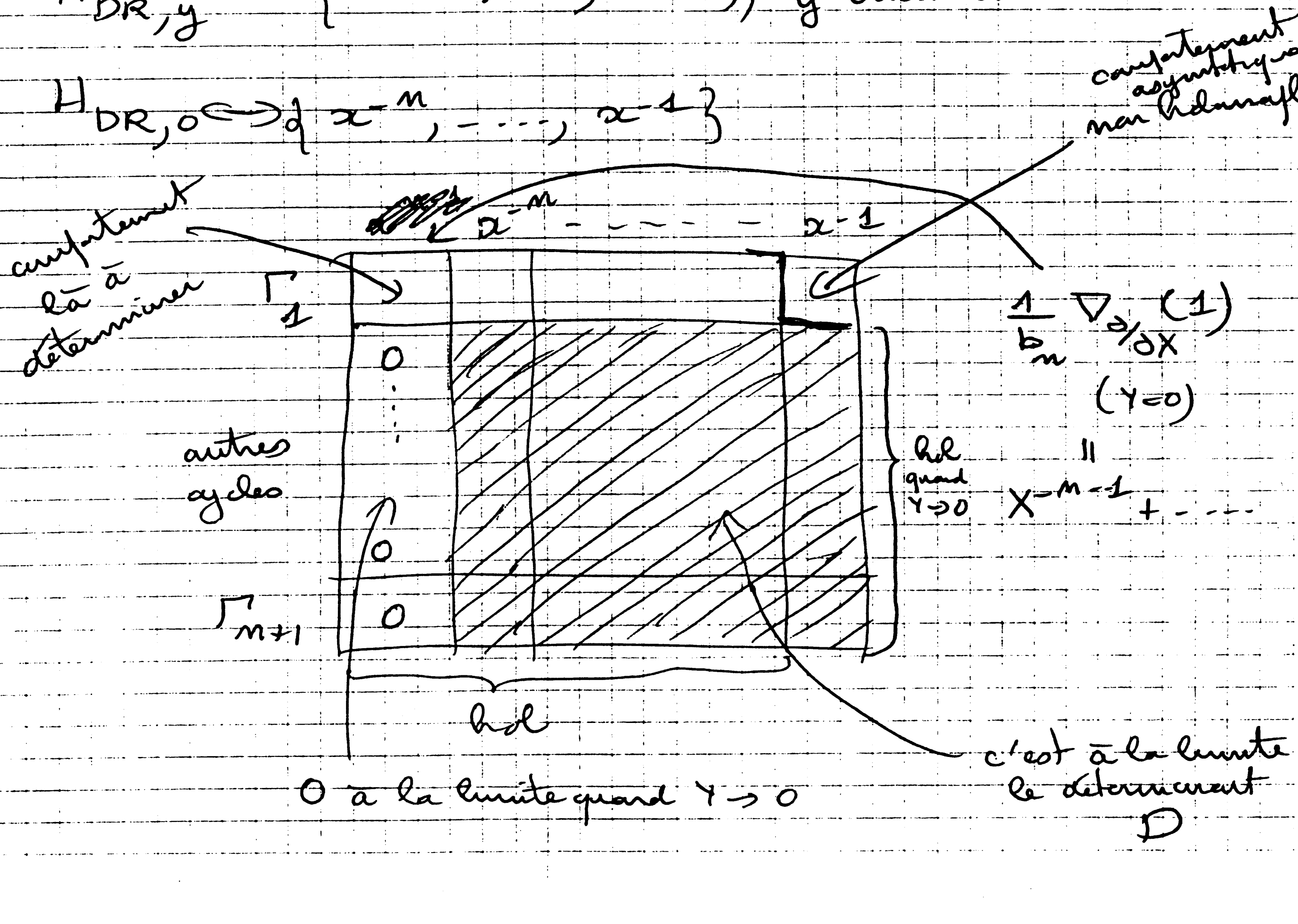
1) De y voisin de 0 à $y = 0$





$$H_{DR,y} \Longleftrightarrow \{x^{-n-1}, \dots, x^{-1}\}, \quad y \text{ voisin de } 0$$

$$H_{DR,0} \Longleftrightarrow \{x^{-n}, \dots, x^{-1}\}$$



<u>1er calcul</u> $\int_{\Gamma_1} \exp\left(P(X^{-1}) + XY\right) \frac{dX}{X}$ pour $Y \to 0$

$$\int_0^1 + \int_1^\infty$$

pas de pb. l'intégrale converge

$$\int_1^\infty \sim \int_1^\infty \exp(XY)\frac{dX}{X} = \int_Y^\infty \exp(Z)\frac{dZ}{Z} \sim \int_Y^1 \frac{dZ}{Z} = \pm \log Y$$

ce terme ne pose pas de problème car "globalement" $D(Y)$ est holomorphe quand $Y \to 0$

<u>2ème calcul</u> $\int_{\Gamma_1} \frac{1}{b_n} \nabla_{\partial/\partial X} 1 = \int_{\Gamma_1} \frac{\partial}{\partial X}\left(\exp(P(X^{-1}))\right) \frac{1}{b_n} \exp(XY)\, dX$

$$= \int_{\Gamma_1} \exp(P(X^{-1})) \frac{1}{b_n} (-Y) \exp(XY) dX$$

$Z = XY$

$$\frac{1}{b_n} \int_{\Gamma_1} \exp(-Z)\, dZ = 1/b_n$$

d'où

$$\boxed{D(Y) \to \frac{1}{b_n} D}$$